Bisymulacja, automaty czasowe

Krzysztof Nozderko
kn201076@zodiac.mimuw.edu.pl

13 grudzień 2005

Plan wykładu

1. Automaty czasowe
2. Regiony
3. Bisymulacja

Plan wykładu

1. Automaty czasowe
2. Regiony
3. Bisymulacja

Plan wykładu

1. Automaty czasowe
2. Regiony
3. Bisymulacja

Automaty czasowe

Automat czasowy

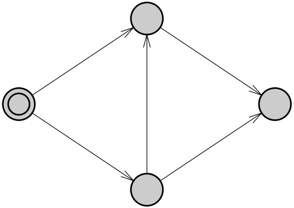
to model matematyczny do modelowania zachowań w systemach zależnych od czasu.

Automaty czasowe

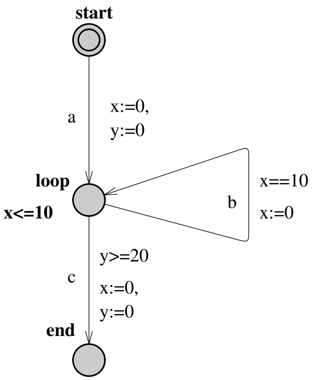
Automat czasowy

to model matematyczny do modelowania zachowań w systemach zależnych od czasu.

Automat czasowy =



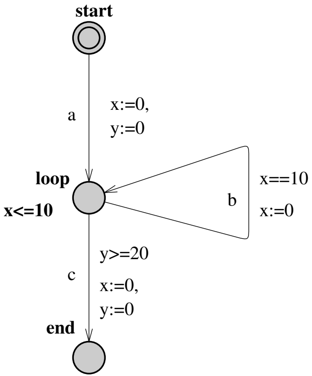
+



Zwróćmy uwagę na:

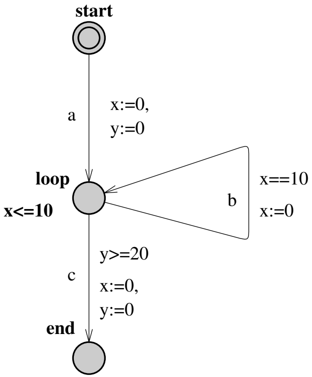
- miejsca/lokacje: start, loop, end
- zegary: x, y
- niezmiennik lokacji: x<=10
- etykiety akcji: a, b, c
- warunki umożliwienia akcji: x==10, y>=20
- resetowanie zegarów: x:=0, y:=0

Automaty czasowe - przykład



Zwróćmy uwagę na:

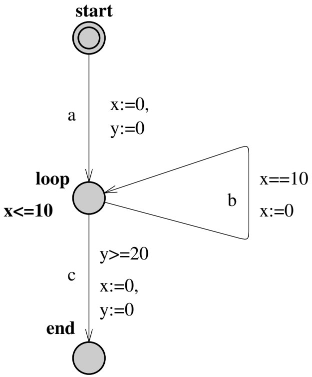
- miejsca/lokacje: start, loop, end
- zegary: x, y
- niezmiennik lokacji: x<=10
- etykiety akcji: a, b, c
- warunki umożliwienia akcji: x==10, y>=20
- resetowanie zegarów: x:=0, y:=0



Zwróćmy uwagę na:

- miejsca/lokacje: start, loop, end
- zegary: x, y
- niezmiennik lokacji: x<=10
- etykiety akcji: a, b, c
- warunki umożliwienia akcji: x==10, y>=20
- resetowanie zegarów: x:=0, y:=0

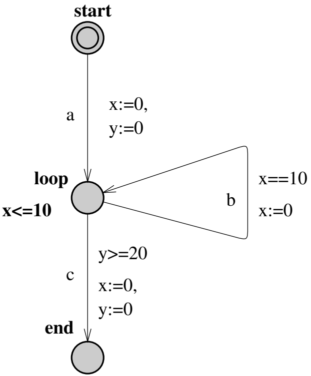
Automaty czasowe - przykład



Zwróćmy uwagę na:

- miejsca/lokacje: start, loop, end
- zegary: x, y
- niezmiennik lokacji: x<=10
- etykiety akcji: a, b, c
- warunki umożliwienia akcji: x==10, y>=20
- resetowanie zegarów: x:=0, y:=0

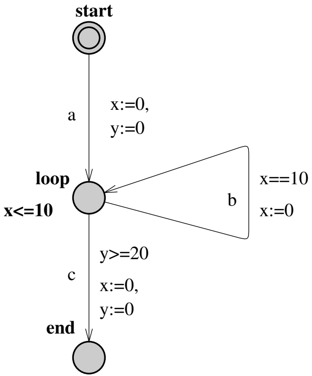
Automaty czasowe - przykład



Zwróćmy uwagę na:

- miejsca/lokacje: start, loop, end
- zegary: x, y
- niezmiennik lokacji: x<=10
- etykiety akcji: a, b, c
- warunki umożliwienia akcji: x==10, y>=20
- resetowanie zegarów: x:=0, y:=0

Automaty czasowe - przykład



Zwróćmy uwagę na:

- miejsca/lokacje:
  start, loop, end
- zegary: x, y
- niezmiennik lokacji: x<=10
- etykiety akcji: a, b, c
- warunki umożliwienia akcji:
  x==10, y>=20
- resetowanie zegarów:
  x:=0, y:=0

Zegary

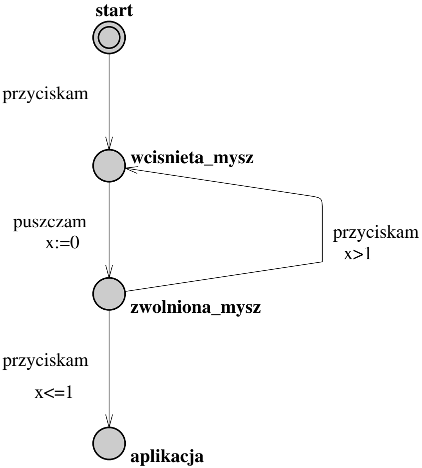
mogą występować zegary - zmienne o wartościach z $\mathbb{R}_+ \cup \{0\}$

Oznacza się je jako x, y, z, ...

Przykład z życia – podwójne kliknięcie

Podwójne kliknięcie

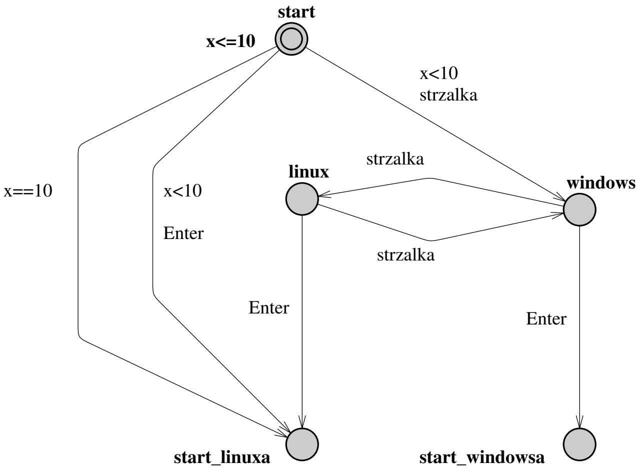
- chcemy podwójnie kliknąć (ang. doubleclick) w ikonę
- kursor myszki nieruchomo znajduje się nad ikoną



Przykład z życia – menadżer logowania

Menadżer logowania

- uruchamiamy komputer
- dostępne: Linux i Windows
- domyślnie Linux
- wybór strzałkami i Enterem



Automat czasowy - oznaczenia

Wstęp do definicji

- $\mathcal{C}$ - skończony zbiór zegarów, np: {x, y, ...}
- Σ - skończony alfabet, np: {a, b, ...} oznaczający akcje
- $\mathcal{B}(\mathcal{C})$ - zbiór ograniczeń zegarów; koniunkcja ograniczeń (górnych i/lub dolnych) nakładanych na:
  - poszczególne zegary, np: $x > 4, \quad 2 \leq y < 3, \quad z < 20, \ldots$
  - różnicę dowolnych dwóch zegarów, np: $x - y < 3, \quad 1 < y - z \leq 7$

Automat czasowy - oznaczenia

Wstęp do definicji

- $\mathcal{C}$ - skończony zbiór zegarów, np: {x, y, ...}
- Σ - skończony alfabet, np: {a, b, ...} oznaczający akcje
- $\mathcal{B}(\mathcal{C})$ - zbiór ograniczeń zegarów; koniunkcja ograniczeń (górnych i/lub dolnych) nakładanych na:
  - poszczególne zegary, np: $x > 4, \quad 2 \leq y < 3, \quad z < 20, \ldots$
  - różnicę dowolnych dwóch zegarów, np: $x - y < 3, \quad 1 < y - z \leq 7$

Automat czasowy - oznaczenia

Wstęp do definicji

- $\mathcal{C}$ - skończony zbiór zegarów, np: {x, y, ...}
- Σ - skończony alfabet, np: {a, b, ...} oznaczający akcje
- $\mathcal{B}(\mathcal{C})$ - zbiór ograniczeń zegarów; koniunkcja ograniczeń (górnych i/lub dolnych) nakładanych na:
  - poszczególne zegary, np: $x > 4, \quad 2 \leq y < 3, \quad z < 20, \ldots$
  - różnicę dowolnych dwóch zegarów, np: $x - y < 3, \quad 1 < y - z \leq 7$

Wstęp do definicji

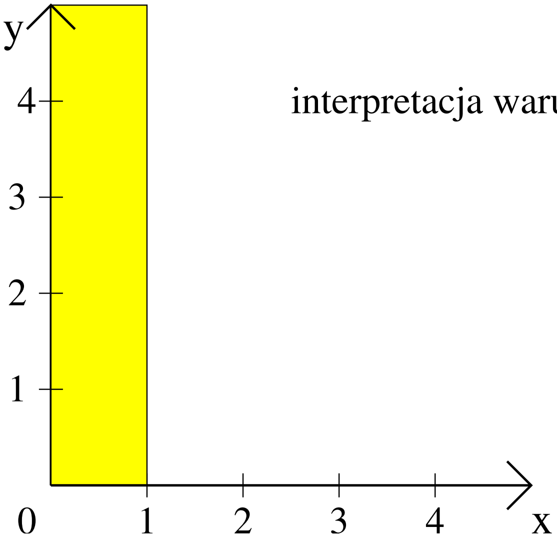
- $\mathcal{C}$ - skończony zbiór zegarów, np: {x, y, ...}
- Σ - skończony alfabet, np: {a, b, ...} oznaczający akcje
- $\mathcal{B}(\mathcal{C})$ - zbiór ograniczeń zegarów; koniunkcja ograniczeń (górnych i/lub dolnych) nakładanych na:
  - poszczególne zegary,
    np: $x > 4, \quad 2 \leq y < 3, \quad z < 20, \ldots$
  - różnicę dowolnych dwóch zegarów,
    np: $x - y < 3, \quad 1 < y - z \leq 7$

Automat czasowy - oznaczenia

Wstęp do definicji

- $\mathcal{C}$ - skończony zbiór zegarów, np: {x, y, ...}
- Σ - skończony alfabet, np: {a, b, ...} oznaczający akcje
- $\mathcal{B}(\mathcal{C})$ - zbiór ograniczeń zegarów; koniunkcja ograniczeń (górnych i/lub dolnych) nakładanych na:
  - poszczególne zegary,
    np: $x > 4, \quad 2 \leq y < 3, \quad z < 20, \ldots$
  - różnicę dowolnych dwóch zegarów,
    np: $x - y < 3, \quad 1 < y - z \leq 7$

Interpretacja warunku x < 1



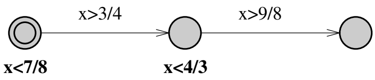
interpretacja warunku x < 1

$\mathcal{C}$ = {x, y}

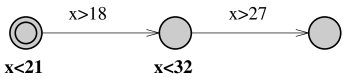
Ograniczenia zegarów

$\mathcal{B}(\mathcal{C})$

- stałe użyte do ograniczania zegarów są liczbami wymiernymi
- liczby wymierne występują dostatecznie gęsto



- mnożymy wszystkie stałe przez wspólny mianownik ułamków - w efekcie wszystkie stałe są naturalne



Definicja

Automat czasowy $\mathcal{A}$ jest krotką <N, l_0, E, I>, gdzie:

- N to skończony zbiór lokacji
- $l_0 \in$ N to lokacja początkowa
- E $\subseteq$ N $\times$ $\mathcal{B}(\mathcal{C})$ $\times$ Σ $\times$ $2^{\mathcal{C}}$ $\times$ N, to zbiór krawędzi
  Piszemy l $\longrightarrow^{g,a,r}$ l' gdy (l,g,a,r,l')$\in$ E
- $\mathrm{I} : \mathrm{N} \longrightarrow \mathcal{B}(\mathcal{C})$ przyporządkowuje lokacjom ich niezmienniki;

Automat czasowy - semantyka

System tranzykcyjny

Najprostszą semantyką automatu czasowego jest tzw. system tranzakcyjny, oznaczany jako $\mathcal{T}(\mathcal{A})$

Semantyka $\mathcal{T}(\mathcal{A})$ – stany

Stany

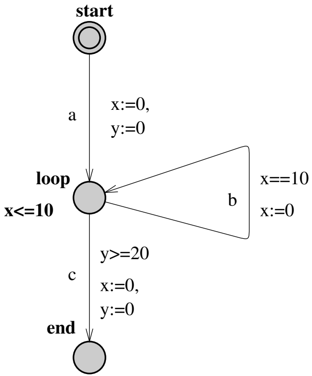
Stan = (lokacja, wskazania zegarów)

Stany

Stan = (lokacja, wskazania zegarów)

Przykłady stanów:

- (start, [x = 0, y = 0]),
- (start, [x = π, y = π]),
- (loop, [x = $\sqrt{3}$, y = 20+$\sqrt{3}$]),
- ...
- Ile jest stanów?

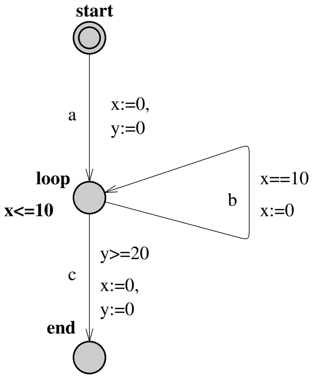


Stany

Stan = (lokacja, wskazania zegarów)

Przykłady stanów:

- (start, [x = 0, y = 0]),
- (start, [x = π, y = π]),
- (loop, [x = $\sqrt{3}$, y = 20+$\sqrt{3}$]),
- ...
- Ile jest stanów?



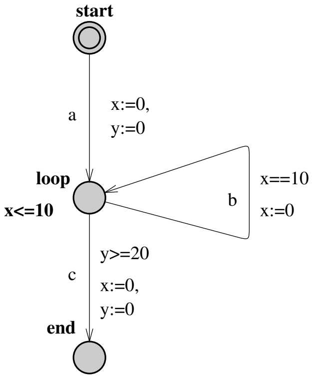
Semantyka $\mathcal{T}(\mathcal{A})$ – stany

Stany

Stan = (lokacja, wskazania zegarów)

Przykłady stanów:

- (start, [x = 0, y = 0]),
- (start, [x = π, y = π]),
- (loop, [x = $\sqrt{3}$, y = 20+$\sqrt{3}$]),
- ...
- Ile jest stanów?

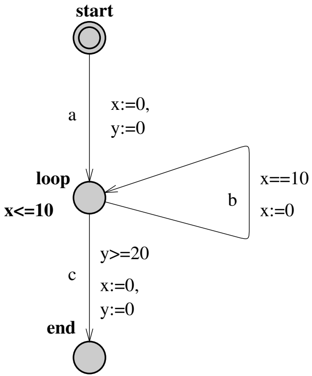


Stany

Stan = (lokacja, wskazania zegarów)

Przykłady stanów:

- (start, [x = 0, y = 0]),
- (start, [x = π, y = π]),
- (loop, [x = $\sqrt{3}$, y = 20+$\sqrt{3}$]),
- ...
- Ile jest stanów?



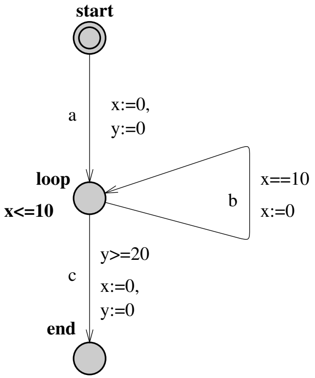
Semantyka $\mathcal{T}(\mathcal{A})$ – stany

Stany

Stan = (lokacja, wskazania zegarów)

Przykłady stanów:

- (start, [x = 0, y = 0]),
- (start, [x = π, y = π]),
- (loop, [x = $\sqrt{3}$, y = 20+$\sqrt{3}$]),
- ...
- Ile jest stanów?



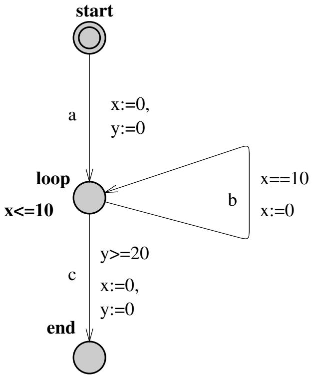
Semantyka $\mathcal{T}(\mathcal{A})$ – stany

Stany

Stan = (lokacja, wskazania zegarów)

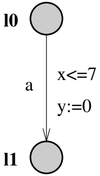
Przykłady stanów:

- (start, [x = 0, y = 0]),
- (start, [x = π, y = π]),
- (loop, [x = $\sqrt{3}$, y = 20+$\sqrt{3}$]),
- ...
- Ile jest stanów? continuum



Semantyka $\mathcal{T}(\mathcal{A})$ – zwykłe akcje

Zwykłe akcje



zwykłe akcje składają się z

- etykiety
- warunku umożliwienia - określa czy akcja może zaiść
- zbioru zegarów do zresetowania - zajście akcji ustawia te zegary na 0

Semantyka $\mathcal{T}(\mathcal{A})$ – upływ czasu

Upływ czasu

to rodzaj akcji, których na rysunku się nie zaznacza

- upłynięcie $t \in \mathbb{R}_+$ jednostek czasu oznacza zwiększenie wartości wszystkich zegarów o t
- zegary tykają więc w tym samym tempie
- upływ czasu nie zmienia lokacji - czas płynie w miejscu

Semantyka $\mathcal{T}(\mathcal{A})$ – upływ czasu

Upływ czasu

to rodzaj akcji, których na rysunku się nie zaznacza

- upłynięcie $t \in \mathbb{R}_+$ jednostek czasu oznacza zwiększenie wartości wszystkich zegarów o t
- zegary tykają więc w tym samym tempie
- upływ czasu nie zmienia lokacji - czas płynie w miejscu

Ile jest takich akcji?

Upływ czasu

to rodzaj akcji, których na rysunku się nie zaznacza

- upłynięcie $t \in \mathbb{R}_+$ jednostek czasu oznacza zwiększenie wartości wszystkich zegarów o t
- zegary tykają więc w tym samym tempie
- upływ czasu nie zmienia lokacji - czas płynie w miejscu

Ile jest takich akcji? continuum

Semantyka $\mathcal{T}(\mathcal{A})$ – niezmienniki

Niezmienniki lokacji

to warunki, które muszą być prawdziwe, gdy system znajduje się w danej lokacji

Niezmienniki lokacji

to warunki, które muszą być prawdziwe, gdy system znajduje się w danej lokacji

- wymuszają postęp, ograniczając możliwość upływu czasu

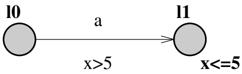
Semantyka $\mathcal{T}(\mathcal{A})$ – niezmienniki

Niezmienniki lokacji

to warunki, które muszą być prawdziwe, gdy system znajduje się w danej lokacji

- wymuszają postęp, ograniczając możliwość upływu czasu

- ograniczają też zwykłe akcje, akcja *a* nigdy nie zajdzie



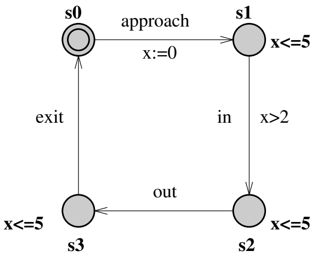
Przykład z życia – przejazd kolejowy

Zautomatyzowany przejazd kolejowy

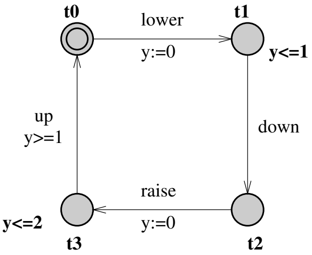
- automatycznie podnoszony i opuszczany szlaban
- automat produktowy, składający się z komponentów: Pociąg, Szlaban, Kontroler
- wymóg bezpieczeństwa: gdy pociąg przejeżdża przez przejazd, szlaban jest opuszczony

Przykład z życia – przejazd kolejowy

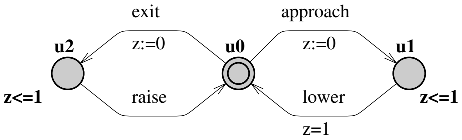
Pociąg



Szlaban



Kontroler



bezpieczeństwo: Pociąg w s2 $\Rightarrow$ Szlaban w t2

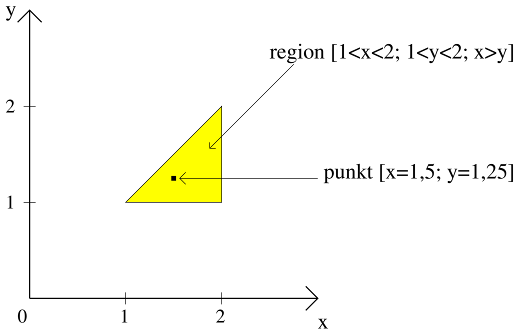
Potrzeba abstrakcji

Weryfikacja

- sprawdzenie, czy $\mathcal{T}(\mathcal{A}) \models \varphi$?
- własności bezpieczeństwa sprowadzają się do pytania o osiągalność
- czy osiągalny jest zły stan? EFźle
- $\mathcal{T}(\mathcal{A})$ jest ogromne (nieskończone)
- rozwiązanie: abstrakcja

Idea

- utożsamiamy wartościowania nierozróżnialne ze względu na wykonalność dalszych przejść
- chcemy podzielić przestrzeń na skończoną ilość klas abstrakcji



Przekształćmy automat tak, by wszystkie stałe były naturalne.

Oznaczenia

- k_{max} := największa ze stałych w $\mathcal{A}$ lub w φ
- frac(r) – część ułamkowa liczby r $\in \mathbb{R}$

Regiony – intuicje

Intuicje

- wskazania zegarów $\geq k_{MAX}$ – można utożsamić
- wskazania zegarów mają część całkowitą i ułamkową
- część całkowita – musimy ją znać dokładnie
- abstrahujemy od dokładnej warości części ułamkowej
- nt. części ułamkowej wystarczy, że wiemy
  - czy jest zerowa
  - w jakiej kolejności zegary wraz z upływem czasu będą przechodzić do kolejnych wartości całkowitych

Regiony – intuicje

Intuicje

- wskazania zegarów $\geq k_{MAX}$ – można utożsamić
- wskazania zegarów mają część całkowitą i ułamkową
- część całkowita – musimy ją znać dokładnie
- abstrahujemy od dokładnej warości części ułamkowej
- nt. części ułamkowej wystarczy, że wiemy
  - czy jest zerowa
  - w jakiej kolejności zegary wraz z upływem czasu będą przechodzić do kolejnych wartości całkowitych

Regiony – intuicje

Intuicje

- wskazania zegarów $\geq k_{MAX}$ – można utożsamić
- wskazania zegarów mają część całkowitą i ułamkową
- część całkowita – musimy ją znać dokładnie
- abstrahujemy od dokładnej warości części ułamkowej
- nt. części ułamkowej wystarczy, że wiemy
  - czy jest zerowa
  - w jakiej kolejności zegary wraz z upływem czasu będą przechodzić do kolejnych wartości całkowitych

Regiony – intuicje

Intuicje

- wskazania zegarów $\geq$ k$_{MAX}$ – można utożsamić
- wskazania zegarów mają część całkowitą i ułamkową
- część całkowita – musimy ją znać dokładnie
- abstrahujemy od dokładnej warości części ułamkowej
- nt. części ułamkowej wystarczy, że wiemy
  - czy jest zerowa
  - w jakiej kolejności zegary wraz z upływem czasu będą przechodzić do kolejnych wartości całkowitych

Regiony – intuicje

Intuicje

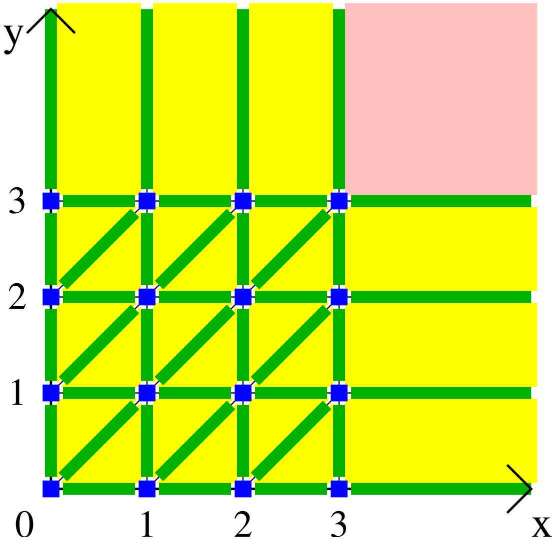
- wskazania zegarów $\geq k_{MAX}$ – można utożsamić
- wskazania zegarów mają część całkowitą i ułamkową
- część całkowita – musimy ją znać dokładnie
- abstrahujemy od dokładnej warości części ułamkowej
- nt. części ułamkowej wystarczy, że wiemy
  - czy jest zerowa
  - w jakiej kolejności zegary wraz z upływem czasu będą przechodzić do kolejnych wartości całkowitych

Rownoważność wartościowań zegarów

Niech v, v' - wartościowania zegarów.
Wartościowania są równoważne (oznaczamy $v \simeq v'$) wtw, gdy $\forall$ x, y $\in \mathcal{C}$

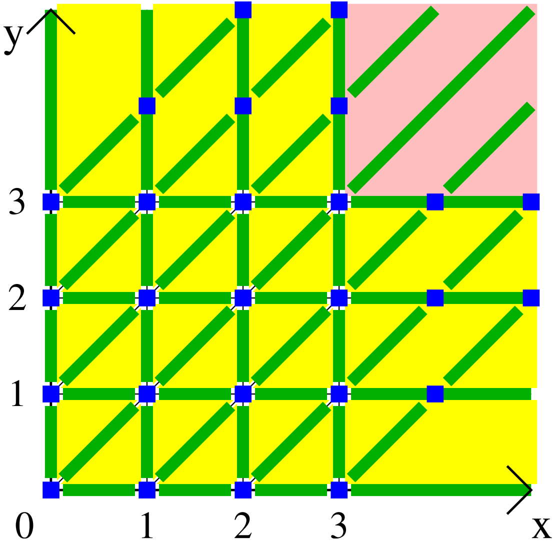
1. $v(x) > k_{max} \iff v'(x) > k_{max}$
2. jeżeli $v(x) \leq k_{max}$ i $v(y) \leq k_{max}$, to
   a) $\lfloor v(x) \rfloor = \lfloor v'(x) \rfloor$
   b) $frac(v(x)) = 0 \iff frac(v'(x)) = 0$
   c) $frac(v(x)) \leq frac(v(y)) \iff frac(v'(x)) \leq frac(v'(y))$

Automat bezprzekątniowy – przykład regionów



- $\mathcal{C} = \{x, y\}$
- $k_{MAX} = 3$

Automat przekątniowy – przykład regionów



- $\mathcal{C}$ = {x, y}
- k_{MAX} = 3

Regiony – klasy abstrakcji

Ile jest regionów?

Regiony – klasy abstrakcji

Ile jest regionów? Skończenie wiele

Regiony – klasy abstrakcji

Ile jest regionów? Skończenie wiele

A ile dokładniej?

Regiony – klasy abstrakcji

Ile jest regionów? Skończenie wiele

A ile dokładniej?

- wykładniczo względem ilości zegarów
- można szacować $\mathcal{O}(k_{MAX}{}^{|\mathcal{C}|})$

$\mathcal{R}(\mathcal{A})$

Automat regionów oznaczamy jako $\mathcal{R}(\mathcal{A})$.

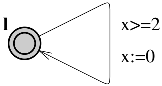
Stany

Stan = (lokacja, region)

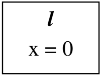
Relacja przejścia

- upływ czasu (l, [u]) $\Rightarrow$ (l, [v])
  jeśli $\exists$ t $\in \mathbb{R}_+$, t. że (l, u) $\xrightarrow{t}$ (l, v) w $\mathcal{T}(\mathcal{A})$
- zwykłe akcje (l, [u]) $\xrightarrow{a}$ (l', [v])
  jeśli $\exists$ akcja a, t. że (l, u) $\xrightarrow{a}$ (l', v) w $\mathcal{T}(\mathcal{A})$

Automat $\mathcal{A}$

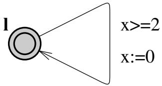


Automat $\mathcal{R}(\mathcal{A})$

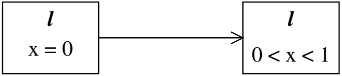


Przykład $\mathcal{R}(\mathcal{A})$

Automat $\mathcal{A}$

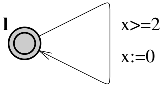


Automat $\mathcal{R}(\mathcal{A})$

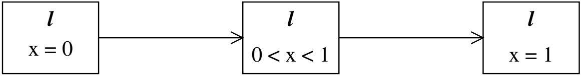


Przykład $\mathcal{R}(\mathcal{A})$

Automat $\mathcal{A}$

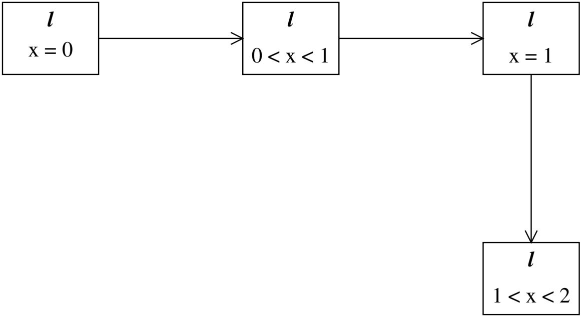


Automat $\mathcal{R}(\mathcal{A})$

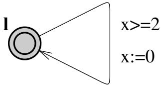


Przykład $\mathcal{R}(\mathcal{A})$

Automat $\mathcal{R}(\mathcal{A})$

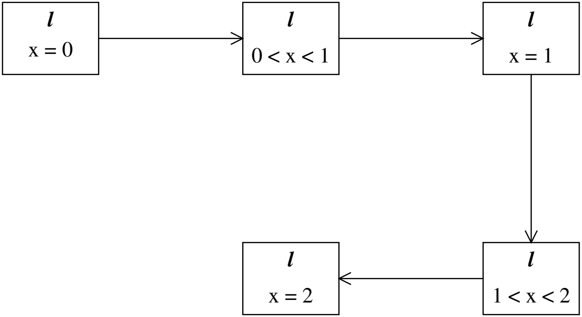


Automat $\mathcal{A}$

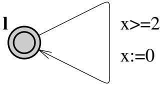


Przykład $\mathcal{R}(\mathcal{A})$

Automat $\mathcal{R}(\mathcal{A})$

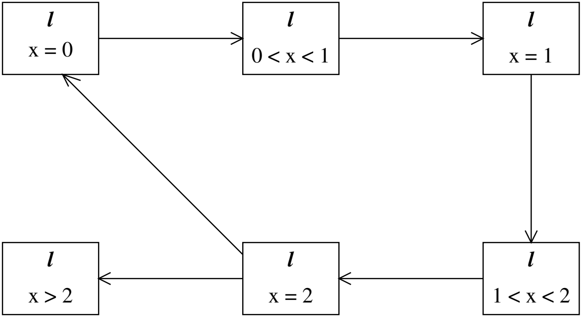


Automat $\mathcal{A}$

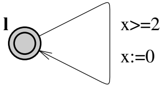


Przykład $\mathcal{R}(\mathcal{A})$

Automat $\mathcal{R}(\mathcal{A})$

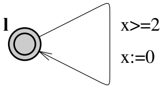


Automat $\mathcal{A}$

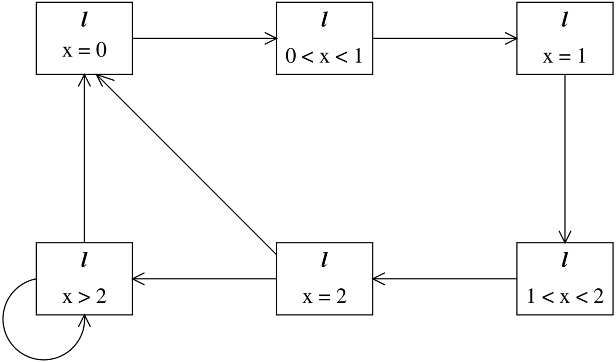


Przykład $\mathcal{R}(\mathcal{A})$

Automat $\mathcal{A}$



Automat $\mathcal{R}(\mathcal{A})$



φ – formuła TCTL
(TCTL = rozszerzenie CTL$_{-X}$; operatory wzbogacone o przedziały czasowe)

Poprawność abstrakcji $\mathcal{R}(\mathcal{A})$

$$\mathcal{T}(\mathcal{A}) \models \varphi \quad \Longleftrightarrow \quad \mathcal{R}(\mathcal{A}) \models \varphi$$

Bisymualcja jako gra

Weżmy dwa modele. Żeby rozstrzygnąć, czy są one z punktu widzenia obserwatora nierozróżnialne, zagramy w pewną grę.

Bisymualcja jako gra

Weźmy dwa modele. Żeby rozstrzygnąć, czy są one z punktu widzenia obserwatora nierozróżnialne, zagramy w pewną grę.

Gra w bisymulację

- jest dwóch graczy
- gracz Odróżniający – chce udowodnić różność modeli
- gracz Broniący – chce obronić tezę o równoważności modeli
- jeśli graczowi **Odróżniającemu** uda się odróżnić modele w skończonej liczbie kroków – wygrywa, modele nie są w bisymulacji
- wpp. wygrywa gracz **Broniący** – modele są w bisymulacji

Bisymualcja jako gra

Weżmy dwa modele. Żeby rozstrzygnąć, czy są one z punktu widzenia obserwatora nierozróżnialne, zagramy w pewną grę.

Gra w bisymulację

- jest dwóch graczy
- gracz Odróżniający – chce udowodnić różność modeli
- gracz Broniący – chce obronić tezę o równoważności modeli
- jeśli graczowi **Odróżniającemu** uda się odróżnić modele w skończonej liczbie kroków – wygrywa, modele nie są w bisymulacji
- wpp. wygrywa gracz **Broniący** – modele są w bisymulacji

Bisymualcja jako gra

Weźmy dwa modele. Żeby rozstrzygnąć, czy są one z punktu widzenia obserwatora nierozróżnialne, zagramy w pewną grę.

Gra w bisymulację

- jest dwóch graczy
- gracz Odróżniający – chce udowodnić różność modeli
- gracz Broniący – chce obronić tezę o równoważności modeli
- jeśli graczowi **Odróżniającemu** uda się odróżnić modele w skończonej liczbie kroków – wygrywa, modele nie są w bisymulacji
- wpp. wygrywa gracz **Broniący** – modele są w bisymulacji

Bisymualcja jako gra

Weźmy dwa modele. Żeby rozstrzygnąć, czy są one z punktu widzenia obserwatora nierozróżnialne, zagramy w pewną grę.

Gra w bisymulację

- jest dwóch graczy
- gracz Odróżniający – chce udowodnić różność modeli
- gracz Broniący – chce obronić tezę o równoważności modeli
- jeśli graczowi **Odróżniającemu** uda się odróżnić modele w skończonej liczbie kroków – wygrywa, modele nie są w bisymulacji
- wpp. wygrywa gracz **Broniący** – modele są w bisymulacji

Bisymualcja jako gra

Weźmy dwa modele. Żeby rozstrzygnąć, czy są one z punktu widzenia obserwatora nierozróżnialne, zagramy w pewną grę.

Gra w bisymulację

- jest dwóch graczy
- gracz Odróżniający – chce udowodnić różność modeli
- gracz Broniący – chce obronić tezę o równoważności modeli
- jeśli graczowi **Odróżniającemu** uda się odróżnić modele w skończonej liczbie kroków – wygrywa, modele nie są w bisymulacji
- wpp. wygrywa gracz **Broniący** – modele są w bisymulacji

Gra w bisymulację

Zasady gry

W pętli:

- gracz **Odróżniający** wybiera sobie 1 z modeli i wykonuje w nim jakąś akcję
- gracz **Broniący** w drugim z modeli wykonuje akcję o takiej samej etykiecie – jeśli nie potrafi to przegrywa

Gra w bisymulację

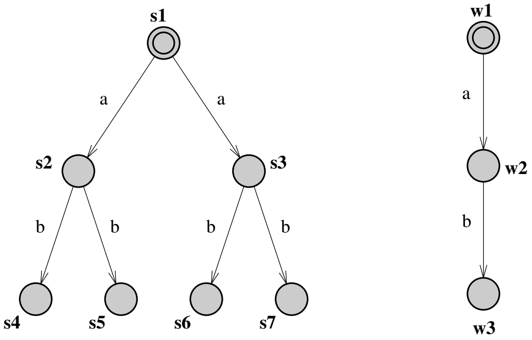
Zasady gry

W pętli:

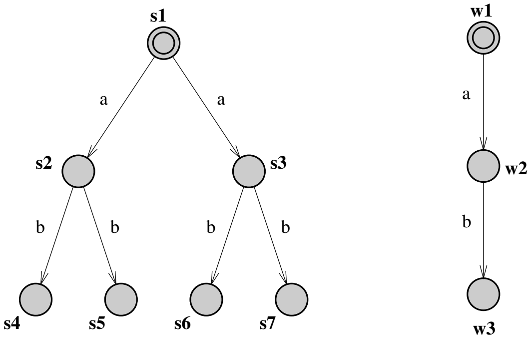
- gracz **Odróżniający** wybiera sobie 1 z modeli i wykonuje w nim jakąś akcję
- gracz **Broniący** w drugim z modeli wykonuje akcję o takiej samej etykiecie – jeśli nie potrafi to przegrywa

Uwaga: W kolejnych turach gracz **Odróżniający** może wybierać różne modele.

Bisymulacja – przykład



Bisymulacja – przykład



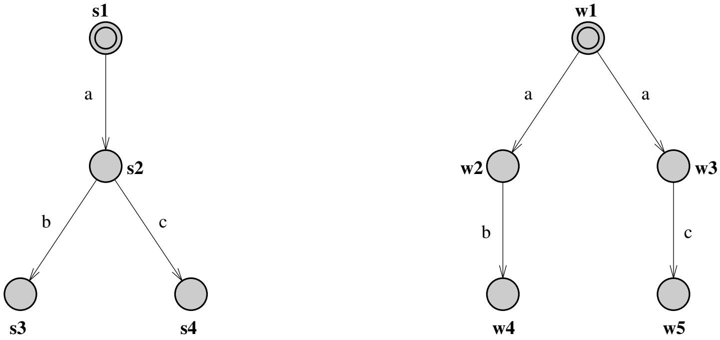
Bisymulacja:

$\{(s_1, w_1),$

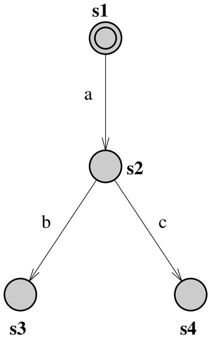
$(s_2, w_2), (s_3, w_2),$

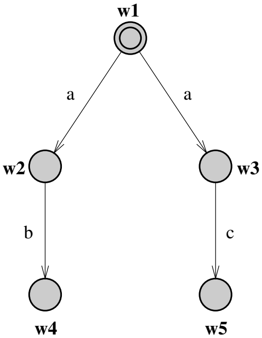
$(s_4, w_3), (s_5, w_3), (s_6, w_3), (s_7, w_3)\}$

Bisymulacja – przykład



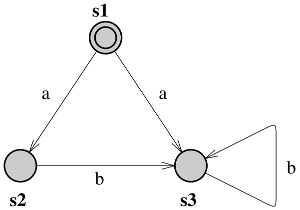
Bisymulacja – przykład

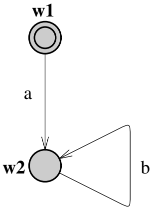




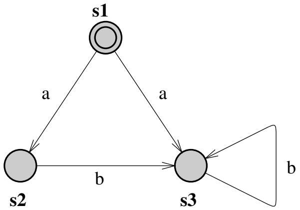
Nie ma bisymulacji.

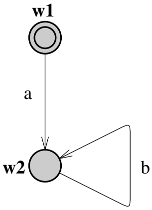
Bisymulacja – przykład





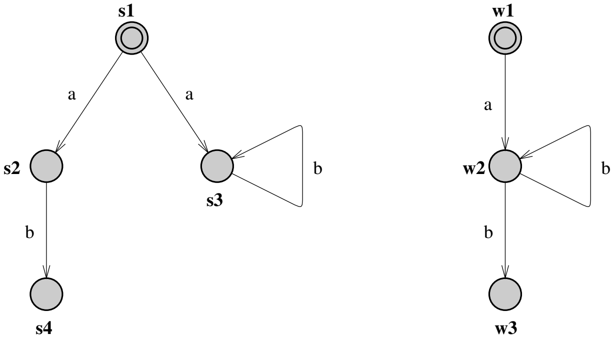
Bisymulacja – przykład



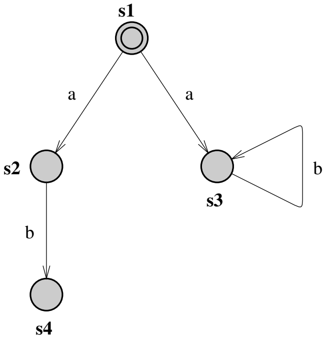


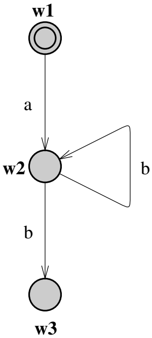
Bisymulacja:
$\{(s_1, w_1),$
$(s_2, w_2), (s_3, w_2)\}$

Bisymulacja – przykład



Bisymulacja – przykład





Nie ma bisymulacji.

Bisymulacja – trochę głębiej

- strategia wygrywająca gracza **Broniącego** to relacja bisymulacji
- jeśli by zabronić graczowi **Odróżniającemu** zmienianie stron, mielibyśmy symulację
- jeśli system **A** symuluje **B** oraz **B** symuluje **A**, to systemy są symulacyjnie równoważne
- jeśli
  - **A** i **B** są symulacyjnie równoważne
  - **A** symuluje **B** przy pomocy relacji R
  - **B** symuluje **A** przy pomocy relacji R^{-1},

  to systemy są w bisymulacji

Bisymulacja – trochę głębiej

- strategia wygrywająca gracza **Broniącego** to relacja bisymulacji
- jeśli by zabronić graczowi **Odróżniającemu** zmienianie stron, mielibyśmy symulację
- jeśli system **A** symuluje **B** oraz **B** symuluje **A**, to systemy są symulacyjnie równoważne
- jeśli
  - **A** i **B** są symulacyjnie równoważne
  - **A** symuluje **B** przy pomocy relacji R
  - **B** symuluje **A** przy pomocy relacji R^{-1},

  to systemy są w bisymulacji

Bisymulacja – trochę głębiej

- strategia wygrywająca gracza **Broniącego** to relacja bisymulacji
- jeśli by zabronić graczowi **Odróżniającemu** zmienianie stron, mielibyśmy symulację
- jeśli system **A** symuluje **B** oraz **B** symuluje **A**, to systemy są symulacyjnie równoważne
- jeśli
  - **A** i **B** są symulacyjnie równoważne
  - **A** symuluje **B** przy pomocy relacji R
  - **B** symuluje **A** przy pomocy relacji R^{-1},

  to systemy są w bisymulacji

Bisymulacja – trochę głębiej

- strategia wygrywająca gracza **Broniącego** to relacja bisymulacji
- jeśli by zabronić graczowi **Odróżniającemu** zmienianie stron, mielibyśmy symulację
- jeśli system **A** symuluje **B** oraz **B** symuluje **A**, to systemy są symulacyjnie równoważne
- jeśli
  - **A** i **B** są symulacyjnie równoważne
  - **A** symuluje **B** przy pomocy relacji R
  - **B** symuluje **A** przy pomocy relacji R^{-1},

  to systemy są w bisymulacji

Rodzaje tranzycji

$\xrightarrow{}^{t}$ = upływ t jednostek czasu

$\xrightarrow{}^{a}$ = zajście akcji a

$\Longrightarrow$ = $\exists$ t $\xrightarrow{}^{t}$

$\Longrightarrow^{a}$ = $\exists$ t $\xrightarrow{}^{t}$ $\xrightarrow{}^{a}$

Przypomnienie

- w $\mathcal{T}(\mathcal{A})$ mamy do dyspozycji: $\xrightarrow{}^{t}$ i $\xrightarrow{}^{a}$
- w $\mathcal{R}(\mathcal{A})$ mamy do dyspozycji: $\Longrightarrow$ i $\xrightarrow{}^{a}$

Bisymulacja w systemach zależnych od czasu

Timed-bisimulation

Relacja w $\mathcal{T}(\mathcal{A})$.
Gra w bisymulacje, w której alfabetem akcji, który bisymulacja ma zachowywać jest $\Sigma \cup \mathbb{R}_+ \cup \{0\}$.
Trzeba dbać zarówno o przejścia $\longrightarrow^a$ jak i $\longrightarrow^t$.

Intuicja

Dwa automaty są timed-bisimilar wtw
wykonują takie same przejścia $\longrightarrow^a$ w tym samym czasie.

Bisymulacja w systemach zależnych od czasu

Untimed-bisimulation

Relacja w $\mathcal{T}(\mathcal{A})$.
Gra w bisymulacje, w której alfabetem akcji, który bisymulacja ma zachowywać jest $\Sigma \cup \{\tau\}$.
τ – to specjalna etykieta symbolizująca upływ czasu

Fakt

Abstrakcja wykorzystywana do tworzenia regionów jest bisymulacją w $\mathcal{T}(\mathcal{A})$ względem tranzycji $\Longrightarrow^{a}$ i $\Longrightarrow$ i $\longrightarrow^{a}$, ale nie $\longrightarrow^{t}$

Bisymulacja jest słaba

Żeby testować osiągalność można używać silniejszych abstrakcji niż bisymulacja.

Można użyć np.

- symulacji
- pseudo-bisymulacji
- pseudo-symulacji