Języki, automaty i obliczenia

zadania z gwiazdką (seria 2), termin: 7 maja 2015

Zad. 1. Rozważmy automaty bez stanów i bez pustych przejść, ale za to z *dwoma* stosami. Zakładamy, że alfabety stosowe S_1 i S_2 są rozłączne. Konfiguracja to para $(w_1, w_2) \in S_1^* \times S_2^*$ zawartości stosów. Wyróżniamy konfigurację początkową $(s_{0,1}, s_{0,2})$, $s_{0,1} \in S_1$, $s_{0,2} \in S_2$. Relacja przejścia to skończony podzbiór:

$$\delta \ \subseteq \ (S_1 \cup S_2) \times A \times S_1^* \times S_2^*,$$

czyli każde przejście (s, a, w_1, w_2) zdejmuje jeden symbol $s \in S_1 \cup S_2$ z jednego ze stosów, czyta literę $a \in A$, i kładzie ciągi symboli $w_1 \in S_1^*$ i $w_2 \in S_2^*$ na stosy. Akceptacja następuje gdy obydwa stosy są puste. Czy język

$$L \ = \ \{a^n \, b^n \, c^n \ : \ n > 0\}$$

jest rozpoznawany przez tego typu automat?

Zad. 2. Dla dwóch języków L, M nad tym samym alfabetem A, niech

$$c(L, M) \ = \ \{wv \in A^* \ : \ \exists u \in M. \ wuv \in L\}.$$

Czy $c(L, M)$ jest deterministycznym językiem bezkontekstowym, o ile L, M są deterministycznymi językami bezkontekstowymi?

Zad. 3. Czy język słów Fibonacciego jest rozpoznawany przez *automat kopiujący*, zdefiniowany poniżej? Automaty kopiujące to rozszerzenie automatów ze stosem z przejściami postaci $\delta \ \subseteq \ Q \times S \times (A \cup \{\varepsilon\}) \times Q \times S^*$, w których dodatkowo dostępna jest operacja *kopiuj*. Czyli relacja przejścia automatu kopiującego jest postaci

$$\delta \ \subseteq \ (Q \times S \times (A \cup \{\varepsilon\}) \times Q \times S^*) \quad \cup \quad (Q \times \{\text{kopiuj}\} \times Q).$$

Przejście (q, kopiuj, q') kopiuje prefiks stosu kończący się na symbolu początkowym $s_0 \in S$, tzn. umożliwia przejście od konfiguracji $(q, ws_0v) \in Q \times S^*$, gdzie w nie zawiera symbolu s_0, do konfiguracji (q', ws_0ws_0v).