

## Języki, automaty i obliczenia

zadania z gwiazdką (seria 1), termin: 7 kwietnia 2015

**Zad. 1.** Rozważmy najmniejszą klasę języków, która zawiera język

$$\{a^n b^n : n \in \mathbb{N}\}$$

nad alfabetem  $\{a, b\}$ , oraz jest zamknięta na następujące operacje:

- operacje boolowskie: suma, dopełnienie, przecięcie
- obrazy homomorficzne
- przeciwobrazy homomorficzne.

Czy klasa ta zawiera język wszystkich słów na alfabetem  $\{a\}$  o długości będącej liczbą pierwszą?

**Zad. 2.** Zdefiniujmy operację *przeplotowej gwiazdki* jako

$$L^\circledast = \{\varepsilon\} \cup L \cup L \otimes L \cup L \otimes L \otimes L \cup \dots,$$

gdzie  $\otimes$  oznacza przeplot języków. Czy istnieją języki regularne  $L, M$  takie, że język

$$L \cap M^\circledast$$

jest skończony, ale zawiera słowo długości większej niż

$$2^{2^{2^{2^{2^{2^n}}}}},$$

gdzie  $n$  to suma rozmiarów automatów rozpoznających  $L$  i  $M$ ?

**Zad. 3.** Rozważmy automaty skończone z wagami, tzn. automaty, w których każde przejście  $(q, a, q')$  posiada dodatkowo *wagę*  $g(q, a, q') \in \mathcal{Q}$ , będącą liczbą wymierną. Każdemu biegowi

$$(q_0, a_1, q_1) \dots (q_{n-1}, a_n, q_n)$$

w automacie  $\mathcal{A}$  przypisujemy wagę, będącą iloczynem wag:

$$g(q_0, a_1, q_1) \cdot \dots \cdot g(q_{n-1}, a_n, q_n).$$

Dla automatu z wagami  $\mathcal{A}$ , nad alfabetem  $A$ , definiujemy funkcję  $f_{\mathcal{A}} : A^* \rightarrow \mathcal{Q}$ , która każdemu słowu  $w$  przypisuje sumę wag wszystkich biegów akceptujących automatu  $\mathcal{A}$  nad  $w$ . Udowodnij, że istnieje algorytm, który dla danych dwóch automatów  $\mathcal{A}_1$  i  $\mathcal{A}_2$  sprawdza, czy  $f_{\mathcal{A}_1} = f_{\mathcal{A}_2}$ ?