

Języki, automaty i obliczenia
egzamin poprawkowy
11 września 2015

Każde zadanie rozwiązujemy na osobnej kartce. Wszystkie rozwiązania należy uzasadnić, z wyjątkiem zadania 2. Zadanie 5 jest dodatkowe.*

Zad. 1. Dla niedeterministycznej maszyny Turinga \mathcal{M} i słowa wejściowego w , definiujemy zbiór liczb naturalnych $\mathcal{M}(w) \subseteq \mathbb{N}$ następująco: $n \in \mathcal{M}(w)$ wtw gdy podczas pewnego biegu akceptującego maszyny \mathcal{M} na słowie w głowica maszyny odwiedza dokładnie n komórek taśmy.

Który z problemów (a), (b) jest rozstrzygalny?

(a) *Dane:* niedeterministyczna maszyna Turinga \mathcal{M} i słowo wejściowe w .

Pytanie: czy $2015|w| \in \mathcal{M}(w)$?

(b) *Dane:* niedeterministyczna maszyna Turinga \mathcal{M} i słowo wejściowe w .

Pytanie: czy $\mathcal{M}(w)$ zawiera liczbę podzieloną przez $2015|w|$?

Zad. 2. Narysuj minimalny automat deterministyczny dla języka tych słów nad alfabetem $\{0, 1, 2\}$, w których suma każdych kolejnych co najwyżej 3 cyfr jest równa co najwyżej 3. Pomiń stan „śmietnik” i krawędzie do niego prowadzące.

Zad. 3. Niech \mathcal{A} będzie niedeterministycznym automatem skończonym. Czy język słów, na których \mathcal{A} ma parzyście wiele biegów akceptujących, jest regularny?

Zad. 4. Dla $k = 2, 3, \dots$ niech L_k oznacza język tych słów nad alfabetem $\{0, 1, 2\}$, w których suma cyfr występujących na pozycjach przystających do r modulo k jest taka sama dla każdego $r \in \{0, \dots, k-1\}$. Na przykład słowo

112112121

należy do L_2 ale nie do L_3 . Dla których k język L_k jest bezkontekstowy?

Zad. 5*. Czy następujący problem jest rozstrzygalny?

Dane: dwa języki bezkontekstowe L_1 i L_2 .

Pytanie: czy $L_1 \cap L_2$ jest językiem bezkontekstowym?