

**Współbieżność – egzamin – styczeń 2013**

1. Niech  $X \subseteq \mathbb{N}$  będzie skończonym zbiorem liczb naturalnych, i niech  $n \in \mathbb{N}$ . Załóżmy, że dla każdego  $i \in X$  mamy dzbanek o pojemności  $i$  litrów. Pytamy, czy można uzyskać  $n$  litrów wody, zaczynając od pustych dzbanków, przy pomocy następujących operacji ( $i, j \in X$ ):

- a) napełnij dzbanek  $i$
- b) opróżnij dzbanek  $i$
- c) przelej wodę z dzbanka  $i$  do  $j$  ( $i \neq j$ ); ilość wody, która zostanie przelana to

$$\min(\text{ilość wody w dzbanku } i, \text{ ilość miejsca w dzbanku } j).$$

Narysuj (albo opisz) sieć Petriego modelującą powyższe zadanie, dla  $X = \{3, 5\}$  i  $n = 7$ . Jaki problem decyzyjny dla sieci Petriego modeluje rozwiązanie zadania? Jakie zmiany trzeba wprowadzić, gdy dodatkowo dopuścimy operację:

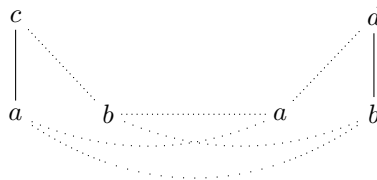
- d) stwórz nowy dzbanek o pojemności  $i \in X$ .

2. Relacja  $\equiv$  jest kongruencją jeśli dla dowolnych markowań  $M, M', N, N'$  zachodzi

$$M \equiv M' \wedge N \equiv N' \implies M + N \equiv M' + N'$$

(dodawanie po współrzędnych). Czy dla każdej etykietowanej sieci Petriego, równoważność bisymulacyjna jest kongruencją? Czy jest kongruencją dla każdej sieci Petriego bez komunikacji (tzn sieci, w której każda tranzycja ma co najwyżej jedno miejsce wejściowe)? Czy odpowiedź zmienia się, jeśli nie ma  $\varepsilon$ -tranzycji?

3. Rozważ następującą etykietowaną strukturę zdarzeń  $S$ :



Linia ciągła oznacza relację zależności (umowa: zdarzenia narysowane wyżej są zależne od narysowanych niżej), a linia kropkowana – relację konfliktu. Na rysunku pominięto konflikty, które wynikają z definicji struktury zdarzeń, np. zdarzenie o etykiecie  $c$  jest w konflikcie z obydwoima zdarzeniami o etykiecie  $b$ .

Narysuj graf konfiguracji struktury  $S$ . Czy istnieje inna etykietowana struktura zdarzeń  $S'$  niezomorficzna z  $S$ , zawierająca nie więcej zdarzeń niż  $S$ , taka, że grafy konfiguracji struktur  $S$  i  $S'$  są równoważne bisymulacyjnie?

- 3\*. Zaproponuj nowe pojęcie bisymulacji, które odróżni struktury  $S$  i  $S'$ . Pojęcie to powinno uwzględniać niezależność (współbieżność) zdarzeń, więc np. powinno odróżniać procesy  $a|b$  i  $a.b + b.a$ , ale z drugiej strony nie powinno odróżniać  $a$  i  $a + a$ .

4. Rozważ następujące definicje procesów  $X$  i  $Y$ :

$$P_1 \stackrel{\text{def}}{=} a_1.b_1.P_1$$

$$P_2 \stackrel{\text{def}}{=} a_2.b_2.P_2$$

$$X \stackrel{\text{def}}{=} P_1|P_2$$

$$Q_1 \stackrel{\text{def}}{=} a_1.\bar{p}.b_1.\bar{v}.Q_1$$

$$Q_2 \stackrel{\text{def}}{=} a_2.\bar{p}.b_2.\bar{v}.Q_2$$

$$S \stackrel{\text{def}}{=} p.v.S$$

$$Y \stackrel{\text{def}}{=} (Q_1|Q_2|S)\setminus\{p, v\}$$

Czy  $X$  i  $Y$  są:

- równoważne bisymulacyjnie?
- równoważne symulacyjnie?
- równoważne językowo?