Zad.1 Rozważmy system tranzycyjny $(S, Act, \{\xrightarrow{\alpha}\}_{\alpha\in Act})$. *Scieżką* nazywamy skończony niepusty ciąg stanów $s_1 \dots s_k \in S^*$ taki, że $\forall i < k \quad \exists \alpha \in Act \quad s_i \xrightarrow{\alpha} s_{i+1}$. *Bisymulacja z pamięcią* to relacja R zawierająca pary ścieżek równej długości taka, że jeśli $(s_1 \dots s_k, s'_1 \dots s'_k) \in R$, to

- jeśli $s_k \xrightarrow{\alpha} s$, to $\exists s' \quad s'_k \xrightarrow{\alpha} s' \ \wedge \ (s_1 \dots s_k s, s'_1 \dots s'_k s') \in R$,
- jeśli $s'_k \xrightarrow{\alpha} s'$, to $\exists s \quad s_k \xrightarrow{\alpha} s \ \wedge \ (s_1 \dots s_k s, s'_1 \dots s'_k s') \in R$.

Zdefiniujmy relację równoważności $\leftrightarrow \subseteq S \times S$ następująco: $s \leftrightarrow s'$ wtw gdy para ścieżek jednoelementowych (s, s') należy do pewnej bisymulacji z pamięcią.

a) Pokaż, że $\leftrightarrow = \sim$.

b) Czy równość ta pozostanie prawdziwa, gdy w definicji bisymulacji z pamięcią dodamy warunek: jeśli $(s_1 \dots s_k s_{k+1}, s'_1 \dots s'_k s'_{k+1}) \in R$ to $(s_1 \dots s_k, s'_1 \dots s'_k) \in R$?

Zad.2 *Niepowodzenie* procesu P to para (t, L), $t \in Act^*$, $L \subseteq Act$ taka, że dla pewnego P',

- $P \xrightarrow{t} P'$,
- $\forall \alpha \in L \quad \neg P' \xrightarrow{\alpha}$.

Zdefiniujmy relację równoważności $\sim_f$ następująco: $P \sim_f Q$ wtw gdy P i Q mają dokładnie te same niepowodzenia. Udowodnij $\sim_2 \subsetneq \sim_f \subsetneq \sim_1$.

Zad.3 Rozważ następujące procesy:

$$S_2 \stackrel{def}{=} \bar{p}.S_1 \qquad A \stackrel{def}{=} p.a.v.A$$

$$S_1 \stackrel{def}{=} \bar{p}.S_0 + \bar{v}.S_2 \qquad B \stackrel{def}{=} (A[a_1/a]|A[a_2/a]|A[a_3/a]|S_2) \setminus \{p, v\}$$

$$S_0 \stackrel{def}{=} \bar{v}.S_1 \qquad C \stackrel{def}{=} a_1.C + a_2.C + a_3.C$$

a) Czy $B \approx C$?

b) Czy B i C są słabo symulacyjnie równoważne?

Jeśli odpowiedź w punkcie **a)** brzmi NIE, to podaj najpłytszą formułę odróżniającą B i C, w logice $HML^{\sim}$, w której operator $\langle t\rangle$, $t \in Act^*$, zastąpiono operatorem $\langle\langle t\rangle\rangle$, $t \in (Act \setminus \{\tau\})^*$, określonym następująco:

$$P \models \langle\langle t\rangle\rangle\phi \quad \text{wtw gdy} \quad \text{dla pewnego } P',\ P \stackrel{t}{\Longrightarrow} P' \ \text{ oraz } \ P' \models \phi.$$